绝密 ★ 考试结束前

全国2017年4月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

说明:在本卷中,A^{T}表示矩阵A的转置矩阵,A^*表示矩阵A的伴随矩阵,E是单位矩阵,$|A|$表示方阵A的行列式,$\mathrm{r}(A)$表示矩阵A的秩。

一、单项选择题(本大题共5小题,每小题2分,共10分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 已知2阶行列式$\begin{vmatrix} -3a_2 & a_1+2a_2 \\ -3b_2 & b_1+2b_2 \end{vmatrix}=6$,则$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=$

A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 6

2. 若矩阵A中有一个$r+1$阶子式等于零,且所有r阶子式都不为零,则必有

A. $\mathrm{r}(A)=r$　　B. $\mathrm{r}(A)\geqslant r$　　C. $\mathrm{r}(A)<r$　　D. $\mathrm{r}(A)=r+1$

3. 设向量组$\boldsymbol{\alpha}=(1,0,0)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\beta}=(0,1,0)^{\mathrm{T}}$,下列向量中可以表为$\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$线性组合的是

A. $(2,1,0)^{\mathrm{T}}$　　B. $(2,1,1)^{\mathrm{T}}$　　C. $(2,0,1)^{\mathrm{T}}$　　D. $(0,1,1)^{\mathrm{T}}$

4. 设线性方程组$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_1+x_2+x_3=0 \\ x_1-x_2+x_3=0 \end{cases}$有非零解,则$k$的值为

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

5. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & x & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，且 A 的特征值为 1，2，3，则 $x=$

A．-2　　B．2　　C．3　　D．4

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

6. 行列式 $\begin{vmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 0 & 3\\ 1 & 3 & 2 & 5\\ 0 & 2 & 0 & 7\end{vmatrix}=$____________.

7. 设 $\begin{vmatrix}-1 & 0 & x\\ 1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}=a_1x+a_0$，则 $a_1=$______.

8. 设 A,B 均为 3 阶矩阵，且 $|A|=2$，$|B|=-3$，则 $\left|3A^*B^{-1}\right|=$____________.

9. 设 A,B 均为 2 阶可逆矩阵，则 $\begin{pmatrix}3A & O\\ O & B\end{pmatrix}^{-1}=$__________.

10. 向量组 $\alpha_1=(1,1,0)^T,\alpha_2=(3,0,-9)^T,\alpha_3=(1,2,3)^T$ 的秩为__________.

11. 设 3 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 满足 $r(A)=2$，$\alpha_1=(-1,2,0)^T$，$\alpha_2=(1,3,1)^T$ 为其两个解，则其导出组 $Ax=0$ 的通解为____________.

12. 设线性方程组 $\begin{cases}x_1-2x_2+3x_3=a\\ \quad\ \ x_2-x_3=b\\ x_1\quad\quad\ +x_3=c\end{cases}$ 有解，则数 a,b,c 应满足____________.

13. 设3阶矩阵 A 的特征值为 $1,-2,3$，则 $\left|A^2+E\right|=$__________.

14. 若 n 阶矩阵 A 满足 $|3E+2A|=0$，则 A 必有一个特征值为__________.

15. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2+x_2x_3$ 的矩阵为__________.

三、计算题（本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分）

16．计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$.

17．设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 A^2-3A+E .

18．设矩阵 A 和 B 满足 $AB=A+2B$，其中 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$，求矩阵 B .

19. 求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,\ 2,\ 1,\ 4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,-1,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,-2,8,8)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(2,3,8,9)^{\mathrm{T}}$ 的一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表出.

20．设线性方程组

$$\begin{cases} -x_1-4x_2+\ \ x_3 \qquad =1 \\ \qquad kx_2-\ \ 3x_3 \quad =3 \\ x_1+3x_2+(k+1)x_3=0 \end{cases},$$

确定 k 取何值时，方程组有惟一解、无解、有无穷多解，并在有无穷多解时求出其通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似，求

（1）常数 x 与 y 的值；

（2）可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=B$.

22．求正交变换 $x=Qy$，将二次型 $f(x_1,x_2)=5x_1^2-4x_1x_2+5x_2^2$ 化为标准形.

四、证明题（本题 7 分）

23．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关，向量 $\boldsymbol{\beta}_1$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表出，而 $\boldsymbol{\beta}_2$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表出. 证明：向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2$ 线性无关.